

**Математический анализ, 1-й семестр,  
ИУ, РЛ, БМТ (кроме ИУ9) (2019-20 уч.г.)**

**Рубежный контроль 2  
Вопросы для подготовки**

*Теоретические вопросы (определения)<sup>1</sup>*

1. Сформулируйте определение наклонной асимптоты [10].
2. Сформулируйте определение производной функции в точке [11].
3. Сформулируйте определение односторонней производной функции [11].
4. Сформулируйте определение производной  $n$ -го порядка [12].
5. Сформулируйте определение дифференцируемой функции в точке [11].
6. Сформулируйте определение дифференциала первого порядка [12].
7. Сформулируйте определение дифференциала  $n$ -го порядка [12].
8. Сформулируйте определение возрастающей функции [15].
9. Сформулируйте определение невозрастающей функции [15].
10. Сформулируйте определение убывающей функции [15].
11. Сформулируйте определение неубывающей функции [15].
12. Сформулируйте определение монотонной функции [15].
13. Сформулируйте определение строго монотонной функции [15].
14. Сформулируйте определение локального минимума [15].
15. Сформулируйте определение строгого локального минимума [15].
16. Сформулируйте определение локального максимума [15].
17. Сформулируйте определение строгого локального максимума [15].
18. Сформулируйте определение экстремума [15].
19. Сформулируйте определение строгого экстремума [15].
20. Сформулируйте определение стационарной точки [15].
21. Сформулируйте определение критической точки [15].
22. Сформулируйте определение выпуклости функции на промежутке [16].
23. Сформулируйте определение точки перегиба графика функции [16].

*Теоретические вопросы (формулировки теорем)*

1. Сформулируйте необходимое и достаточное условие наличия наклонной асимптоты [10].
2. Сформулируйте необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции в точке [11].
3. Сформулируйте теорему о связи дифференцируемости и непрерывности функции [11].
4. Сформулируйте теорему о производной произведения [11].
5. Сформулируйте теорему о производной частного [11].
6. Сформулируйте свойство инвариантности формы записи дифференциала первого порядка [12].
7. Сформулируйте теорему Ферма [13].
8. Сформулируйте теорему Ролля [13].
9. Сформулируйте теорему Лагранжа [13].
10. Сформулируйте теорему Коши [13].

---

<sup>1</sup>В квадратных скобках указаны номера лекций по календарному плану, см. также Иванков П.Л. Математический анализ. Конспект лекций. Электронный ресурс. Режим доступа: <http://mathmod.bmstu.ru/Docs/Eduwork/ma/MAall.pdf> (дата обращения 01.09.2019).

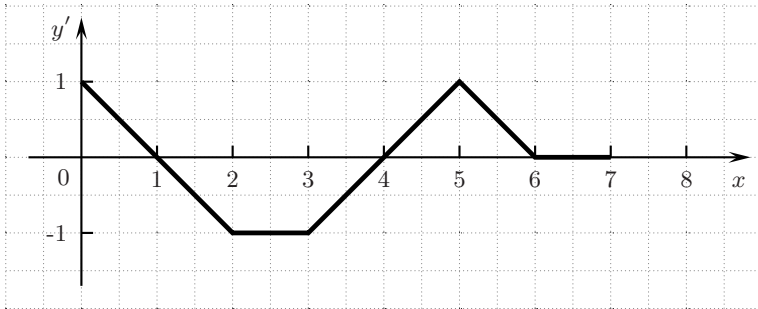
## Задачи для подготовки

1. Исследуйте функцию и постройте ее график:

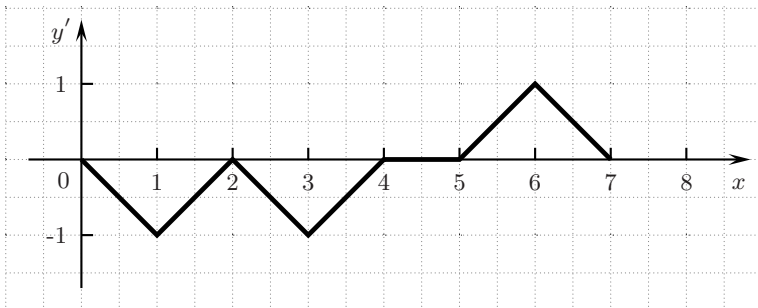
1.1.  $\frac{x}{x^2+1}$ .    1.2.  $\ln \frac{x^2}{x+1} - 1$ .    1.3.  $\frac{e^x}{x}$ .

2. Постройте график функции по заданному графику производной:

2.1.



2.2.



3. Для следующих функций запишите формулу Маклорена с остаточным членом в форме Пеано:

3.1.  $f(x) = \sqrt{4-2x}$ .    3.2.  $f(x) = \frac{x}{4-x^2}$ .    3.3.  $f(x) = \log_2\left(\frac{4+x}{1-x}\right)$ .  
 3.4.  $f(x) = \frac{1}{(1+x)^2}$ .    3.5.  $f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ .    3.6.  $f(x) = \operatorname{ch}(x+1)$ .  
 3.7.  $f(x) = 2^{x^2}$ .    3.8.  $f(x) = x \cos |3x|$ .    3.9.  $f(x) = x \operatorname{sh} 2x$ .  
 3.10.  $f(x) = \cos^2 x$ .    3.11.  $f(x) = \sin^2 x$ .    3.12.  $f(x) = \operatorname{sh}^2 x$ .

4. Вычислите предел:

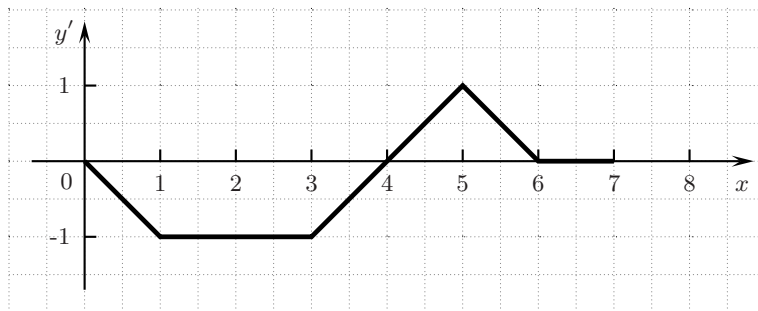
4.1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x + \operatorname{ch} x - 2}{x^4}$ .    4.2.  $\lim_{x \rightarrow 0+0} \frac{\ln \operatorname{tg} 2x}{\ln(1 - \cos x)}$ .    4.3.  $\lim_{x \rightarrow 0} x^{\sin x}$ .  
 4.4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\cos x + \sin \frac{x^2}{2}\right)^{1/x^4}$ .    4.5.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 2^x)^{1/x}$ .    4.6.  $\lim_{x \rightarrow 0+0} x e^{1/x}$ .  
 4.7.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{x^2}\right)$ .    4.8.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x^2}}{e^x}$ .    4.9.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\frac{1+x}{1-x}} - e^x}{x^3}$ .

### Типовой вариант билета по теории

1. Сформулируйте определение строгого локального минимума. (1 балл)
2. Сформулируйте определение односторонней производной функции. (1 балл)
3. Сформулируйте теорему о связи дифференцируемости и непрерывности функции. (1 балл)

*Типовой вариант билета по задачам*

1. Исследуйте функцию  $y = \frac{e^{-x}}{x+1}$  и постройте ее график. (5 баллов)
2. Постройте график функции по следующему графику производной (3 балла):



3. Для функции  $f(x) = \frac{x^2}{2+x}$  запишите формулу Маклорена с остаточным членом в форме Пеано (привести пять первых ненулевых членов). (4 балла)
4. Вычислите предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1+x)^{1/x}$ . (4 балла)